

Київський столичний університет імені Бориса Грінченка
Факультет інформаційних технологій та математики
Кафедра математики і фізики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної та
навчальної роботи

Олексій ЖИЛЬЦОВ

«_____» _____ 2025 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

для студентів

спеціальності

D3 Менеджмент

освітнього рівня

першого (бакалаврського)

освітньої програми

1.D3.00.01 Менеджмент організацій

Київ – 2025

КИЇВСЬКИЙ СТОЛИЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОРИСА ГРИНЧЕНКА Код ЄДРПОУ 45307968	
Програма № <u>15.53/25</u>	
Начальник відділу моніторингу якості освіти	
	
(підпис)	(підпис, повн. повн.)
№ _____	Від _____ 20 <u>25</u> р.

Розробник:

Зінченко Надія Мусіївна, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Викладачі:

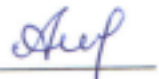
Зінченко Надія Мусіївна, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Робочу програму розглянуто і затверджено на засіданні кафедри математики і фізики

Протокол від 27.08. 2025 р. № 7

Завідувачка кафедри  Світлана СЕМЕНЯКА

Робочу програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником освітньої програми 1.D3.00.01 Менеджмент організацій

Керівник освітньої програми  Олена АКІЛІНА

Робочу програму перевірено

08 2025 р

Заступник директора/декана  Євген ІВАНІЧЕНКО

Пролонговано:

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «__»__ 20__ р., протокол №__

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «__»__ 20__ р., протокол №__

на 20__/20__ н.р. _____ (_____), «__»__ 20__ р., протокол №__

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Характеристика дисципліни за формами навчання
	денна
Вид дисципліни	обов'язкова
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Загальний обсяг кредитів / годин	4/120
Курс	1
Семестр	2
Кількість змістових модулів	3
Обсяг кредитів	4
Обсяг годин, в тому числі:	120
Аудиторні	56
Модульний контроль	8
Самостійна робота	56
Форма семестрового контролю	залік

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Робоча навчальна програма з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика» є нормативним документом Київського столичного університету імені Бориса Грінченка, який розроблено кафедрою математики і фізики на основі освітньо професійної програми підготовки здобувачів першого (бакалаврського) рівня відповідно до навчального плану спеціальності D3 Менеджмент, освітньої програми 1.D3.00.01.

Програма визначає обсяги знань, якими повинен опанувати здобувач першого (бакалаврського) рівня відповідно до вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики, алгоритму вивчення навчального матеріалу дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» та необхідне методичне забезпечення, складові і технологію оцінювання навчальних досягнень студентів.

Навчальна дисципліна «Теорія ймовірностей та математична статистика» складається з трьох змістових модулів: Випадкові події, Випадкові величини та їх характеристики, Математична статистика. Обсяг дисципліни – 120 год (4 кредити).

Метою вивчення дисципліни є забезпечення здобувачів основним теоретичним апаратом теорії ймовірностей та математичної статистики для опрацювання математичних моделей, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівців менеджерів.

Основними **завданнями** є вивчення основних принципів та інструментарію ймовірно-статистичного апарату, надання студентам необхідних практичних навичок з аналізу випадкових явищ і процесів для побудови адекватних моделей із забезпеченням вірної інтерпретації отриманих результатів при розв'язанні прикладних задач. При цьому вивчення дисципліни забезпечує формування **компетентностей**:

1) загальні компетентності

ЗК-3 здатність до абстрактного мислення, аналізу, синтезу.

ЗК-4 здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК-9 здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями, зокрема, здатність до самонавчання.

ЗК-12 здатність до генерування нових ідей (креативність)

2) фахові компетентності

ФК-12 здатність аналізувати й структурувати проблеми організації, формувати і ухвалювати обґрунтовані управлінські рішення та забезпечувати умови їх реалізації.

3. Результати навчання за дисципліною

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття теорії ймовірностей;
- методи обчислення ймовірностей випадкових подій та випадкових величин;
- числові характеристики та закони розподілу випадкових величин;
- закон великих чисел та граничні теореми теорії ймовірностей;
- базові поняття математичної статистики;
- методи опрацювання емпіричних даних, одержання точкових та інтервальних статистичних оцінок невідомих параметрів, перевірки статистичних гіпотез на основі вибірових даних;
- елементи теорії регресії і кореляції.

уміти:

- визначати ймовірності випадкових подій безпосередньо та з використанням числення ймовірностей;
- знаходити ймовірнісні та числові характеристики важливих для практики розподілів дискретних та неперервних випадкових величин, функцій випадкових величин та випадкових процесів;
- знаходити оцінки параметрів статистичних розподілів, перевіряти статистичні гіпотези; - здійснювати статистичне прогнозування, досліджувати кореляційний зв'язок; - застосовувати методи аналізу статистичної інформації для розв'язання типових практичних задач з поданням результатів у необхідному вигляді (числа, формули, графіки тощо);
- використовувати відповідні програмні засоби для статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей.

та досягти наступних програмних результатів навчання:

- РН3 Демонструвати знання теорій, методів і функцій менеджменту, сучасних концепцій лідерства (кількісні методи як сегмент теорій і методів менеджменту)
- РН4 Демонструвати навички виявлення проблем та обґрунтування управлінських рішень (обґрунтування рішень – через моделі ймовірності)
- РН6 Виявляти навички пошуку, збирання та аналізу інформації, розрахунку показників для обґрунтування управлінських рішень (збір і аналіз інформації, показники для рішень)
- РН11 Демонструвати навички аналізу ситуацій та здійснення комунікацій у різних сферах діяльності організації (формується через уміння працювати з абстрактними моделями та інтерпретувати результати)
- РН16 Демонструвати навички самостійної роботи, гнучкого мислення, відкритості до нових знань, бути критичним і самокритичним.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Ус бо го	Розподіл годин між видами робіт	
		Аудиторна	Самостійна

		Лекції	Практичні	
Змістовий модуль 1. Випадкові події				
Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.	12	2	4	6
Тема 2. Основні теореми про ймовірності.	12	2	4	6
Тема 3. Повторні незалежні випробування	14	4	2	8
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 1	40	8	10	20
Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх характеристики				
Тема 1. Поняття випадкової величини та функції розподілу.	6	2	2	2
Тема 2. Числові характеристики випадкових величин	8	2	2	4
Тема 3. Функції та системи випадкових величин	8	2	2	4
Тема 4. Випадкові процеси. Ланцюги Маркова	8	2	2	4
Тема 5. Граничні теореми теорії ймовірностей	8	2	2	4
Модульний контроль	2			
Разом за змістовим модулем 2	40	10	10	18
Змістовий модуль 3. Математична статистика				
Тема 1. Вибірковий метод. Статистичні оцінки параметрів розподілу	14	4	4	6
Тема 2. Перевірка статистичних гіпотез	10	2	2	6
Тема 3. Кореляційний і регресійний аналіз	12	4	2	6
Модульний контроль	4			
Разом за змістовим модулем 3	40	10	8	18
Усього годин	120	28	28	56

5. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Випадкові події

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей

Предмет теорії ймовірностей. Основні поняття теорії ймовірностей. Класифікація подій. Випадкові події. Операції над подіями. Ймовірність події. Класичне означення ймовірності. Геометричне означення ймовірності. Статистичне означення ймовірності. Застосування елементів комбінаторики для знаходження ймовірності події.

Тема 2. Основні теореми про ймовірності

Алгебра випадкових подій. Аксиоматична побудова теорії ймовірностей. Залежні та незалежні події. Умовні ймовірності. Теорема додавання ймовірностей. Теорема добутку

ймовірностей. Формула повної ймовірності. Формула Баєса.

Тема 3. Повторні незалежні випробування

Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі. Локальна теорема Муавра
Лапласа. Інтегральна теорема Муавра –Лапласа. Формула Пуассона.

Змістовий модуль 2. Випадкові величини та їх характеристики

Тема 1. Поняття випадкової величини та функції розподілу.

Поняття випадкової величини та їх класифікація. Закони розподілу випадкової величини. Ряд розподілу дискретної випадкової величини. Многокутник розподілу. Функція розподілу випадкової величини. Загальні властивості функцій розподілу. Щільність розподілу ймовірностей неперервної випадкової величини та її властивості.

Тема 2. Числові характеристики випадкових величин

Характеристики положення (математичне сподівання, мода, медіана) випадкової величини. Основні властивості математичного сподівання. Дисперсія та її властивості. Середнє квадратичне відхилення випадкової величини. Біноміальний закон розподілу. Розподіл Пуассона. Рівномірний розподіл. Показниковий розподіл. Гаусівський (нормальний) закон розподілу та інші.

Тема 3. Функції та системи випадкових величин

Поняття функції випадкові величини. Властивості функції випадкової величини. Числові характеристики випадкової величини через її функцію. Поняття системи випадкових величин. Закон розподілу ймовірностей системи випадкових величин. Функція та щільність розподілу двовимірної випадкової величини. Залежні та незалежні випадкові величини. Умовні закони розподілу. Числові характеристики системи двох випадкових величин. Кореляційний момент та його властивості. Коефіцієнт кореляції та його властивості.

Тема 4. Випадкові процеси. Ланцюги Маркова

Поняття випадкового процесу. Види випадкових процесів. Характеристики випадкових процесів. Марковські процеси. Ланцюги Маркова. Матриця перехідних ймовірностей. Класифікація ланцюгів Маркова. Ймовірнісні моделі із застосування ланцюгів Маркова.

Тема 5. Граничні теореми теорії ймовірностей

Граничні теореми теорії ймовірностей. Закони великих чисел. Нерівність Чебишева. Теорема Чебишева. Теорема Бернуллі. Теорема Пуассона. Центральна гранична теорема. Центральна гранична теорема .

Змістовий модуль 3. Математична статистика

Тема 1. Описова статистика. Вибірковий метод. Статистичні оцінки параметрів розподілу

Предмет математичної статистики. Вибірковий метод. Генеральна сукупність та вибірка. Гістограма і полігон частот. Емпірична функція розподілу. Основні вимоги до статистичних оцінок. Числові характеристики вибіркової сукупності. Точкові та інтервальні оцінки. Надійність та точність статистичних оцінок. Довірчі інтервали.

Тема 2. Перевірка статистичних гіпотез

Статистичні гіпотези та їх різновиди. Помилки перевірки гіпотез. Критерії для перевірки гіпотези. Параметричні та непараметричні критерії перевірки статистичних гіпотез. t-критерій Стьюдента. Критерій Фішера. Перевірка гіпотез про рівність числових характеристик нормальних генеральних сукупностей. Перевірка гіпотези про вид розподілу. Критерії згоди, критерій Пірсона.

Тема 3. Кореляційний і регресійний аналіз

Види зв'язку між випадковими величинами. Вибірковий коефіцієнт кореляції. Регресійний аналіз. Метод найменших квадратів. Лінійна регресія. Оцінка достовірності існування статистичного взаємозв'язку і адекватності моделі. Прогнозні моделі.

6. Контроль навчальних досягнень

6.1. Система оцінювання навчальних досягнень студентів

№	Вид діяльності студента	бали	Модуль 1	Модуль 2	Модуль 3
---	-------------------------	------	----------	----------	----------

з/п		в за оди ниц ю Ма кс. кіл ькі сть	Кіль к. один иць до розр ахун кУ	Мак с. кіль кість балі в за вид	Кіль к. один иць до розр ахун кУ	Мак с. кіль кість балі в за вид	Кіль к. один иць до розр ахун кУ	Ма кс. кіль кість ь бал ів за вид
1	Відвідування лекцій	1	4	4	5	5	5	5
2	Відвідування практичних занять	1	5	5	5	5	4	4
3	Робота на практичних заняттях	10	3	30	5	50	3	30
4	Виконання модульної контрольної роботи	25	1	25	1	25	2	50
5	Виконання завдань самостійної роботи	5	1	5	1	5	1	5
	Разом	253		69		90		94
	Розрахунок коефіцієнта	100/228 = 0,4						

6.2. Завдання для самостійної роботи та критерії її оцінювання

В рамках самостійної роботи передбачено написання коротких рефератів на тему кожного із змістових модулів (див. розділи 4,5 Програми), яка не була розкрита в рамках навчальних занять. Тему студент обирає сам та узгоджує з викладачем.

- Кількість балів за самостійну роботу залежить від дотримання таких вимог:
- своєчасність виконання завдань;
 - повний обсяг їх виконання;
 - самостійність виконання;
 - творчий підхід у виконанні завдань.

6.3. Форми проведення модульного контролю та критерії оцінювання

Оцінка за кожний змістовий модуль включає бали за відвідування занять, поточну роботу студента на практичних заняттях, виконання самостійної роботи та модульну контрольну роботу. Виконання модульних контрольних робіт здійснюється в письмовій формі. Оцінка виставляється як сукупність балів, набраних студентом за виконання завдань.

6.4. *Форми проведення семестрового контролю та критерії оцінювання* Семестровий контроль знань студентів здійснюється після завершення вивчення навчального матеріалу дисципліни у формі **заліку** за результатами поточного контролю. Оцінка може бути підвищена від 1 до 5 балів як заохочення за участь у конференціях, наукових гуртках, олімпіадах, за створення програмного забезпечення для виконання завдань з дисципліни тощо.

Максимальна оцінка – 100 балів.

Орієнтовний перелік питань та задач для семестрового контролю.

1. Простір елементарних подій. Операції з подіями.
2. Означення ймовірності події (класичне, геометричне, статистичне).
3. Сумісні та несумісні події. Теорема додавання ймовірностей.
4. Залежні та незалежні події. Теорема множення ймовірностей.
5. Ймовірність появи хоча б однієї з n несумісних подій. Надійність системи
6. Формула повної ймовірності.
7. Формула Байєса.
8. Формула Бернуллі.
9. Локальна теорема Муавра-Лапласа.
10. Інтегральна теорема Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона.
12. Ймовірність відхилення відносної частоти від ймовірності у незалежних випробуваннях.
13. Дискретні випадкові величини: закон розподілу, функція розподілу та її графік, полігон розподілу.
14. Числові характеристики дискретних випадкових величин.
15. Біноміальний закон розподілу.
16. Геометричний закон розподілу.
17. Гіпергеометричний закон розподілу.
18. Розподіл Пуассона.
19. Неперервні випадкові величини: закон розподілу, функція розподілу та її графік, щільність розподілу та її графік.
20. Числові характеристики неперервних випадкових величин.
21. Рівномірний закон розподілу неперервних випадкових величин.
22. Показниковий закон розподілу неперервних випадкових величин.
23. Нормальний закон розподілу неперервних випадкових величин.
24. Ймовірність попадання значень нормально розподіленої випадкової величини на інтервал. Правило трьох сігм.
25. Функції дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.
26. Функції неперервних випадкових величин та їх числові характеристики.
27. Системи двох дискретних випадкових величин та їх числові характеристики.
28. Функція розподілу системи двох випадкових величин та її властивості.
29. Коваріація двох дискретних випадкових величин та її властивості.
30. Коефіцієнт кореляції двох дискретних випадкових величин та його властивості.
31. Умовний закон розподілу двох дискретних випадкових величин.
32. Системи двох неперервних випадкових величин та їх числові характеристики.
33. Коваріація двох неперервних випадкових величин та її властивості.
34. Коефіцієнт кореляції двох неперервних випадкових величин та його властивості.
35. Умовний закон розподілу двох неперервних випадкових величин.
36. Нерівності Чебишова.
37. Закон великих чисел (теорема Бернуллі, теорема Чебишова).
38. Центральна гранична теорема (центральна гранична теорема для однаково розподілених випадкових величин, теорема Ляпунова).
39. Випадковий процес: визначення, числові характеристики, класифікація.
40. Ланцюги Маркова.
41. Пуассонівський випадковий процес. Гаусів процес.

42. Первинна обробка та графічне подання вибірових даних (генеральна сукупність, вибірка сукупність, варіаційний ряд, інтервальний ряд, полігон частот, гістограма частот).
43. Емпірична функція розподілу та її властивості.
44. Числові характеристики вибіркової сукупності.
45. Точкові оцінки параметрів розподілу та вимоги до них.
46. Методи обчислення точкових оцінок параметрів розподілу.
47. Інтервальні оцінки параметрів розподілу.
48. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу (з відомою дисперсією).
49. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу (якщо дисперсія не відома).
50. Статистичні гіпотези та їх різновиди. Похибки перевірки гіпотез. Критична область. Алгоритм перевірки статистичних гіпотез.
51. Критерії згоди. Критерій Пірсона.
52. Перевірка гіпотези про рівність математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей, що розподілені за нормальним законом.
53. Функціональна та кореляційна залежність.
54. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості. Рангова кореляція.
55. Лінійна і нелінійна регресія. Метод найменших квадратів.

6.5. Шкала відповідності оцінок

Рейтингова оцінка	Оцінка за стобальною шкалою	Значення оцінки
A	90 – 100 балів	Відмінно – відмінний рівень знань (умінь) в межах обов’язкового матеріалу з можливими незначними недоліками
B	82-89 балів	Дуже добре – достатньо високий рівень знань (умінь) в межах обов’язкового матеріалу без суттєвих (грубих) помилок
C	75-81 балів	Добре – в цілому добрий рівень знань (умінь) з незначною кількістю помилок
D	69-74 балів	Задовільно – посередній рівень знань (умінь) із значною кількістю недоліків, достатній для подальшого навчання або професійної діяльності
E	60-68 балів	Достатньо – мінімально можливий допустимий рівень знань (умінь)
FX	35-59 балів	Незадовільно з можливістю повторного складання – незадовільний рівень знань, з можливістю повторного перескладання за умови належного самостійного доопрацювання
F	1-34 балів	Незадовільно з обов’язковим повторним вивченням курсу – досить низький рівень знань (умінь), що вимагає повторного вивчення дисципліни

7. Навчально-методична картка дисципліни

Разом: 120 год., із них: лекції – 28 год., практичні заняття – 28 год., самостійна робота – 56 год., модульний контроль – 8 год.

Модулі (назви, бали)	1. Випадкові події (69 балів)			2. Випадкові величини та їх характеристики (90 балів)				
Теми	1	2	3	1	2	3	4	5

Лекції (теми, бали)	теорії ймовірно стей Основні поняття (1 бал)	Основн і теорем и про ймовірн ості (1 бал)	Повто рні незал ежні випр обув ання (2 бали)	Понят тя випад кової велич ини. (1 бал)	Числові характери с тики випадкови х величин (1 бал)	випадко вих величин (1 бал) Функц ії та систем и	Випа дкові проце си. Лан цюг и Мар кова (1 бал)	теорії ймовірн остей (1 бал) Грани чні теорем и
Практичні заняття (теми, бали)	Випадкові події, ймовірність випадково ї події (12 балів)	Основн і теорем и теорії ймовір ностей (12 балів)	випро буван ня (11 балів) Повторн і незалеж ні	Закон и розпо ділу випад кових чин (11 балів) вельи	ристики випадко вих величин (11 балів) Число ві характ е	Функції та системи випадкови х величи н (11 балів)	застос ування ланцю гів Марко ва (11 балів) Ймові рнісні модел і із	Граничні теореми теорії ймовірн остей (11 балів)
Самостійна робота	5 балів			5 балів				
Поточний контроль (вид, бали)	Модульна контрольна робота 1 (25 балів)			Модульна контрольна робота 2 (25 балів)				
Підсумкови й контроль (вид, бали)	Залік (100 балів)							

8. Рекомендована література

Основна

- Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах і задачах: навчальний посібник для студентів нематематичних спец. вищих навч. закладів. Київ : Київ. ун-т імені Бориса Грінченка, 2015. 335 с.
- Кігель В.Р., Шаров О.І. Теорія ймовірностей для економістів і менеджерів. Навчальний посібник. К.: ВНЗ «Університет економіки і права «Крок», 2018. 144 с.

Додаткова

- Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач: Навч. посібник. К.: Центр учбової літератури, 2007. 576 с.

2. Корніль Т.Л., Тимченко Л.С., Голотайстрова Г.О. Теорія ймовірностей у прикладах і задачах : навч.-метод. посіб. Х. : НТУ «ХП», 2017. 124 с.
3. Кушлик-Дивульська О.І., Поліщук Н.В., Орел Б.П., Штабальок П.І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник для студентів технічних та економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. Київ: НТУУ «КПІ», 2014, 213 с.
4. Турчин, В. М. Теорія ймовірностей і математична статистика: основні поняття, приклади, задачі : підручник для студентів вищих навчальних закладів. Видання друге, виправлене і доповнене. Дніпропетровськ : ІМА-прес, 2014. 556 с.
5. Мішура Ю.С., Ральченко К.В., Шевченко Г.М. Випадкові процеси: теорія, статистика, застосування : підручник. К. : ВПЦ "Київський університет", 2021. 496 с. 6. Коломієць С.В. Теорія випадкових процесів : практикум. Суми : Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”, 2011. 80 с.
7. Дорош А.К., Коханівський О.П. Теорія ймовірностей та математична статистика. Навч. посіб. –К.: НТУУ "КПІ", 2006. – 268 с
8. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2007.

Інтернет-ресурси

1. Seeing Theory. A visual introduction to probability and statistics. URL: <https://seeingtheory.brown.edu/index.html#firstPage>
2. Prasanna Sahoo. Probability and mathematical statistics.
https://www.researchgate.net/publication/272237355_Probability_and_Mathematical_Statistics